QO - 100 - Preisfrage - variabel

Eingabe

geostationäre Position des Transponders AMSAT P4-A Es´hail-2 QO-100

Höhe QO-100 über mittlerer Erdoberfläche $l_{geo} := 35786 \cdot 10^3 m$

$l_{geo} := 0m$

Position 26° Ost

mittlerer Erdradius $r_E := 6371 \cdot 10^3 m$

Lichtgeschwindigkeit $c = 2.998 \times 10^8 \frac{m}{s}$

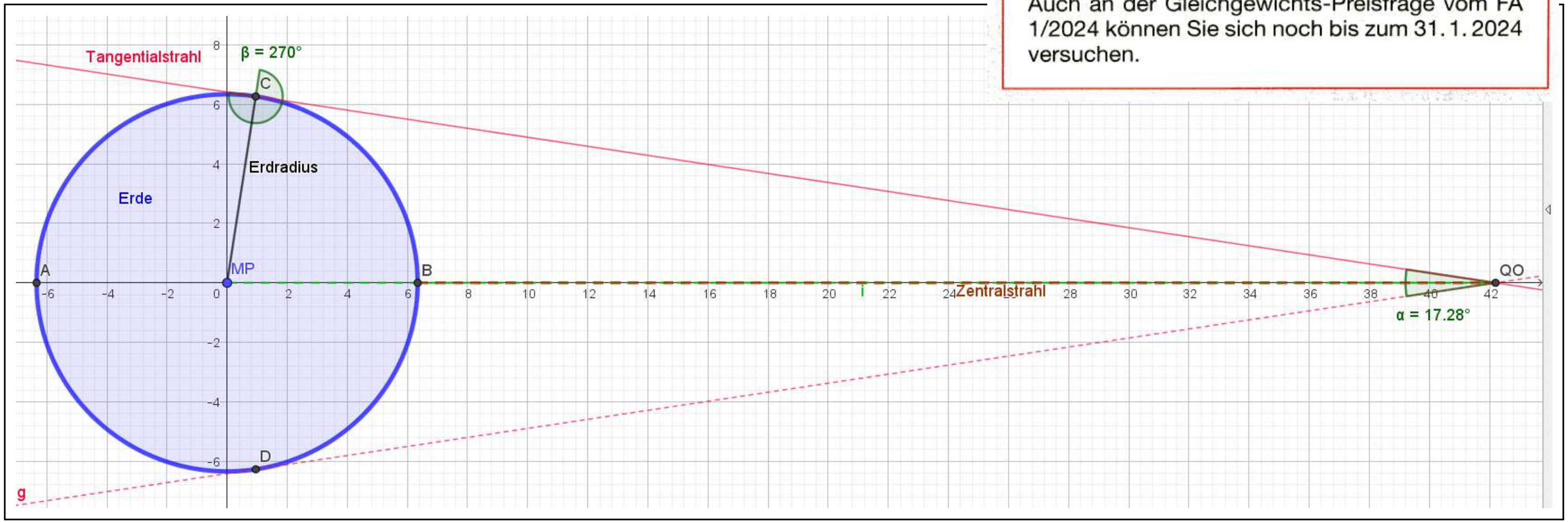
QO-100-Preisfrage

Um welchen Betrag verlängert sich die Signallaufzeit des empfangenen eigenen Signals am Rand der Ausleuchtungszone von QO-100 gegenüber dem Minimum, wenn eine Elevation von 0° möglich sein soll?

3 × 25 €

Einsendeschluss ist der 29.2.2024 (Poststempel oder E-Mail-Absendedatum). Die Gewinner werden in der Redaktion unter Ausschluss des Rechtswegs ermittelt. Wenn Sie die Lösung per E-Mail übersenden (an *quiz@funkamateur.de*), bitte nicht vergessen, auch die „bürgerliche" Adresse anzugeben, sonst ist Ihre Chance dahin.

Auch an der Gleichgewichts-Preisfrage vom FA 1/2024 können Sie sich noch bis zum 31.1.2024 versuchen.



Berechnungen für variable Höhenposition des Transponders

Länge Erdmittelpunkt - QO-100
(Elevation 90°)

$l_0(x) := x + r_E$

$l_0 = f(\text{Länge}) \rightarrow \text{Länge}$

Länge Transponder - Tangentialpunkt Erde
(Elevation 0°)

$l_1(x) := \sqrt{l_0(x)^2 - r_E^2}$

$l_1(x) \rightarrow \sqrt{(6371000 \cdot m + x)^2 - 40589641000000 \cdot m^2}$

einfache Signalaufzeit Minimum Zentralstrahl

$t_{min}(x) := \frac{x}{c}$

$t_{min}(x) \rightarrow \frac{x}{c}$

einfache Signalaufzeit Maximum Tangentialstrahl

$t_{max}(x) := \frac{l_1(x)}{c}$

$t_{max}(x) \rightarrow \frac{\sqrt{(6371000 \cdot m + x)^2 - 40589641000000 \cdot m^2}}{c}$

einfache Differenz der Signallaufzeiten

$\Delta t(x) := t_{max}(x) - t_{min}(x)$

$\Delta t(x) \rightarrow \frac{\sqrt{(6371000 \cdot m + x)^2 - 40589641000000 \cdot m^2}}{c} - \frac{x}{c}$

Gesamtdifferenz der Signalaufzeit für
Hin- und Rückweg

$\Delta t_{ges}(x) := 2 \cdot \Delta t(x)$

$\Delta t_{ges}(x) \rightarrow \frac{2 \cdot \sqrt{(6371000 \cdot m + x)^2 - 40589641000000 \cdot m^2}}{c} - \frac{2 \cdot x}{c}$

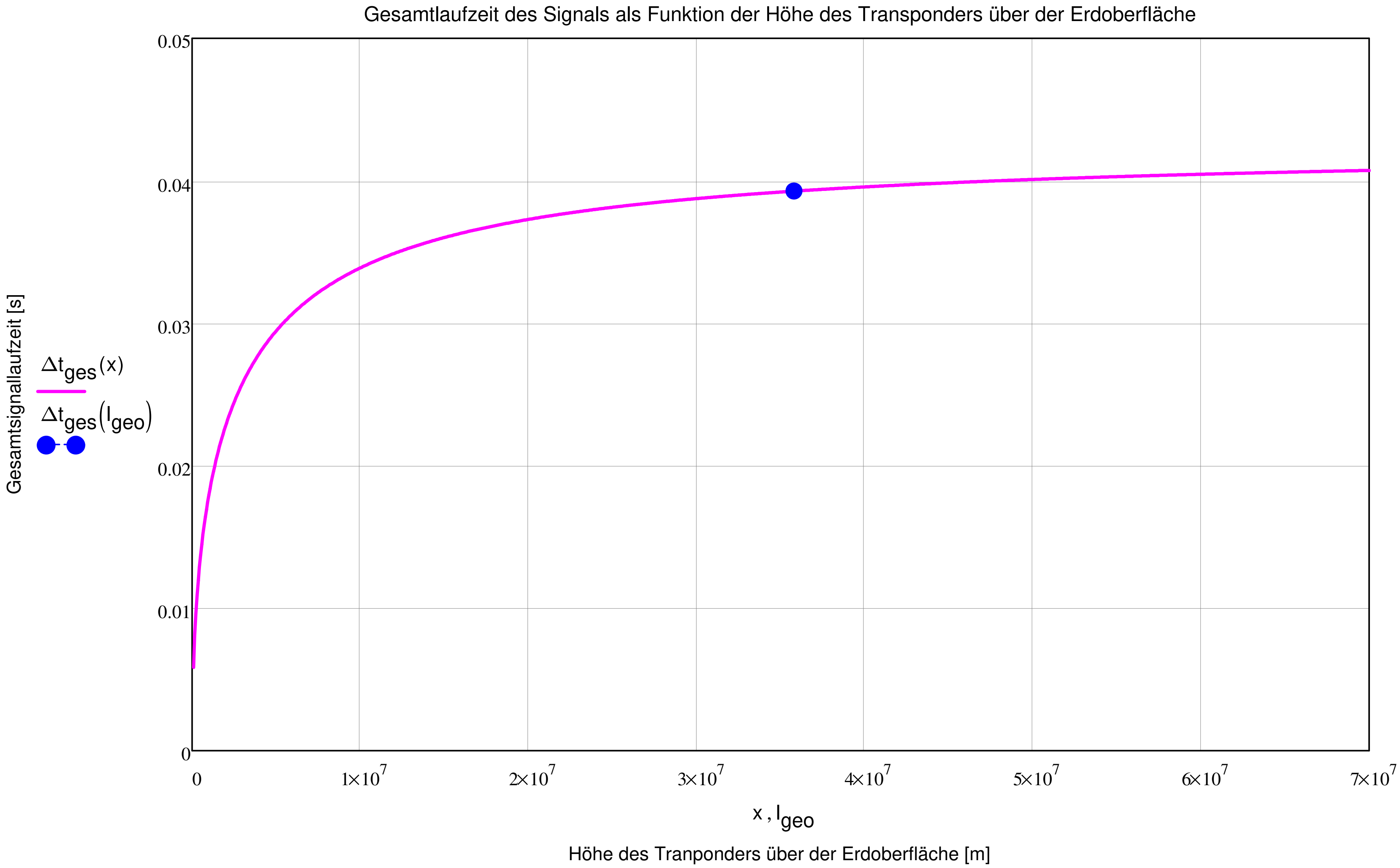
Lösung

konkrete Lösung

$\Delta t_{ges}(l_{geo}) = 39.273 \cdot ms$

Für Hin-und Rückweg des Signals entsteht eine Zeitdifferenz zwischen Zentralstrahl und Tangentialstrahl von knapp 40ms, das heißt, dass das Signal auf dem Tangentialstrahl 40ms länger braucht als bei dem Zentralstrahl.

Die Zeitdauer der Signalverarbeitung im Tranponder bleibt unberücksicht, verlängert aber die Signallaufzeiten.



Gesamtlaufzeit des Signals als Funktion der Höhe des Transponders über der Erdoberfläche
Gesamtsignallaufzeit [s]
$\Delta t_{ges}(x)$
$\Delta t_{ges}(l_{geo})$
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0
0
1×10^7
2×10^7
3×10^7
4×10^7
5×10^7
6×10^7
7×10^7
x , l_{geo}
Höhe des Tranponders über der Erdoberfläche [m]

Ergänzungen für variable Höhenposition des Transponders

Öffnungswinkel des Ausleuchtungskegels

$$\alpha_E(x) := 2 \cdot \operatorname{asin}\left(\frac{r_E}{l_0(x)}\right) \qquad \alpha_E(x) \rightarrow 2 \cdot \operatorname{asin}\left(\frac{6371000 \cdot m}{6371000 \cdot m + x}\right)$$

halber Zentriwinkel zwischen Tangentialpunkt und Achse Erdmittelpunkt - Transponder

$$\beta_E(x) := \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha_E(x)}{2} \qquad \beta_E(x) \rightarrow \frac{\pi}{2} - \operatorname{asin}\left(\frac{6371000 \cdot m}{6371000 \cdot m + x}\right)$$

Zentriwinkel zwischen den Tangentialpunkten

$$\psi_E(x) := 2 \cdot \beta_E(x) \qquad \psi_E(x) \rightarrow \pi - 2 \cdot \operatorname{asin}\left(\frac{6371000 \cdot m}{6371000 \cdot m + x}\right)$$

Vektor Erdmittelpunkt - Tangentialpunkt

$$v_T(x) := r_E \cdot e^{\beta_E(x)\, i} \qquad v_T(x) \rightarrow 6371000 \cdot m \cdot e^{-\operatorname{asin}\left(\frac{6371000 \cdot m}{6371000 \cdot m + x}\right) \cdot i + \frac{\pi \cdot i}{2}}$$

Koordinaten des Tangentialpunktes

$$x_T(x) := \operatorname{Re}\left(v_T(x)\right) \qquad x_T(x) \rightarrow 6371000 \cdot \operatorname{Re}\left(m \cdot e^{-\operatorname{asin}\left(\frac{6371000 \cdot m}{6371000 \cdot m + x}\right) \cdot i + \frac{\pi \cdot i}{2}}\right)$$

$$y_T(x) := \operatorname{Im}\left(v_T(x)\right) \qquad y_T(x) \rightarrow 6371000 \cdot \operatorname{Im}\left(m \cdot e^{-\operatorname{asin}\left(\frac{6371000 \cdot m}{6371000 \cdot m + x}\right) \cdot i + \frac{\pi \cdot i}{2}}\right)$$

Umkreisdurchmesser in den Tangentialpunkten (Elevation 0°)

$$D_{UT}(x) := 2 \cdot y_T(x) \qquad D_{UT}(x) \rightarrow 12742000 \cdot \operatorname{Im}\left(m \cdot e^{-\operatorname{asin}\left(\frac{6371000 \cdot m}{6371000 \cdot m + x}\right) \cdot i + \frac{\pi \cdot i}{2}}\right)$$

Höhe des ausleuchteten Kugelabschnitts der Erdoberffläche

$$h_{KA}(x) := r_E - x_T(x)$$

$$h_{KA}(x) \rightarrow 6371000 \cdot m - 6371000 \cdot \operatorname{Re}\left(m \cdot e^{-\operatorname{asin}\left(\frac{6371000 \cdot m}{6371000 \cdot m + x}\right) \cdot i + \frac{\pi \cdot i}{2}}\right)$$

Fläche der maximal ausgeleuchteten Zone auf der Erde
(Mantel des Kugelabschnittes)

$$A_{KA}(x) := 2\cdot\pi\cdot h_{KA}(x)\cdot r_E$$

$$A_{KA}(x) \rightarrow 12742000\cdot\pi\cdot m\cdot\left(6371000\cdot m - 6371000\cdot \mathrm{Re}\left(m\cdot e^{-\mathrm{asin}\left(\frac{6371000\cdot m}{6371000\cdot m+x}\right)\cdot i+\frac{\pi\cdot i}{2}}\right)\right)$$

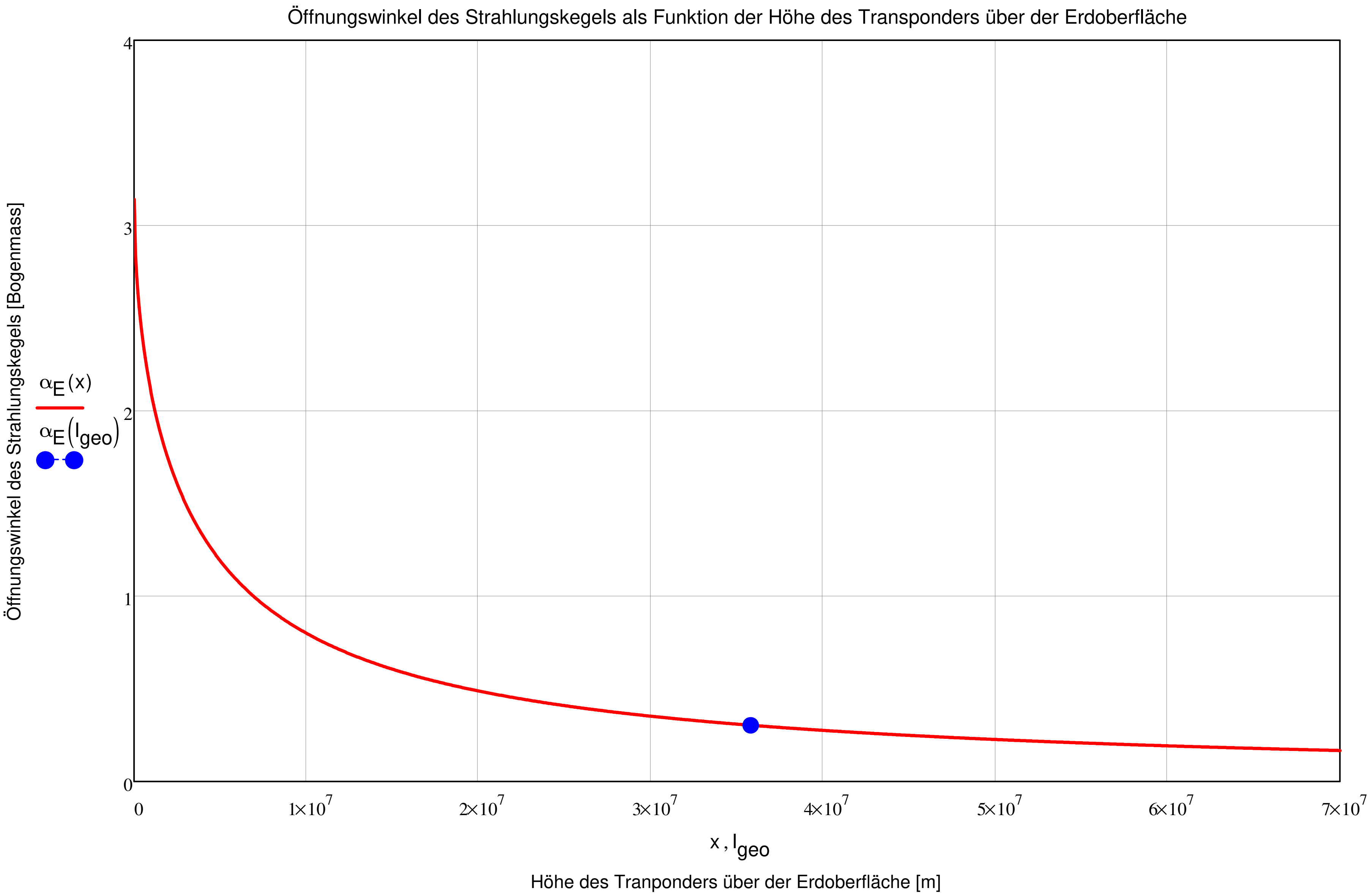
Gesamtoberfläche der Erde

$$A_E := 4\cdot\pi\cdot r_E^{\,2} \qquad A_E = 5.101\times 10^{8}\cdot km^2$$

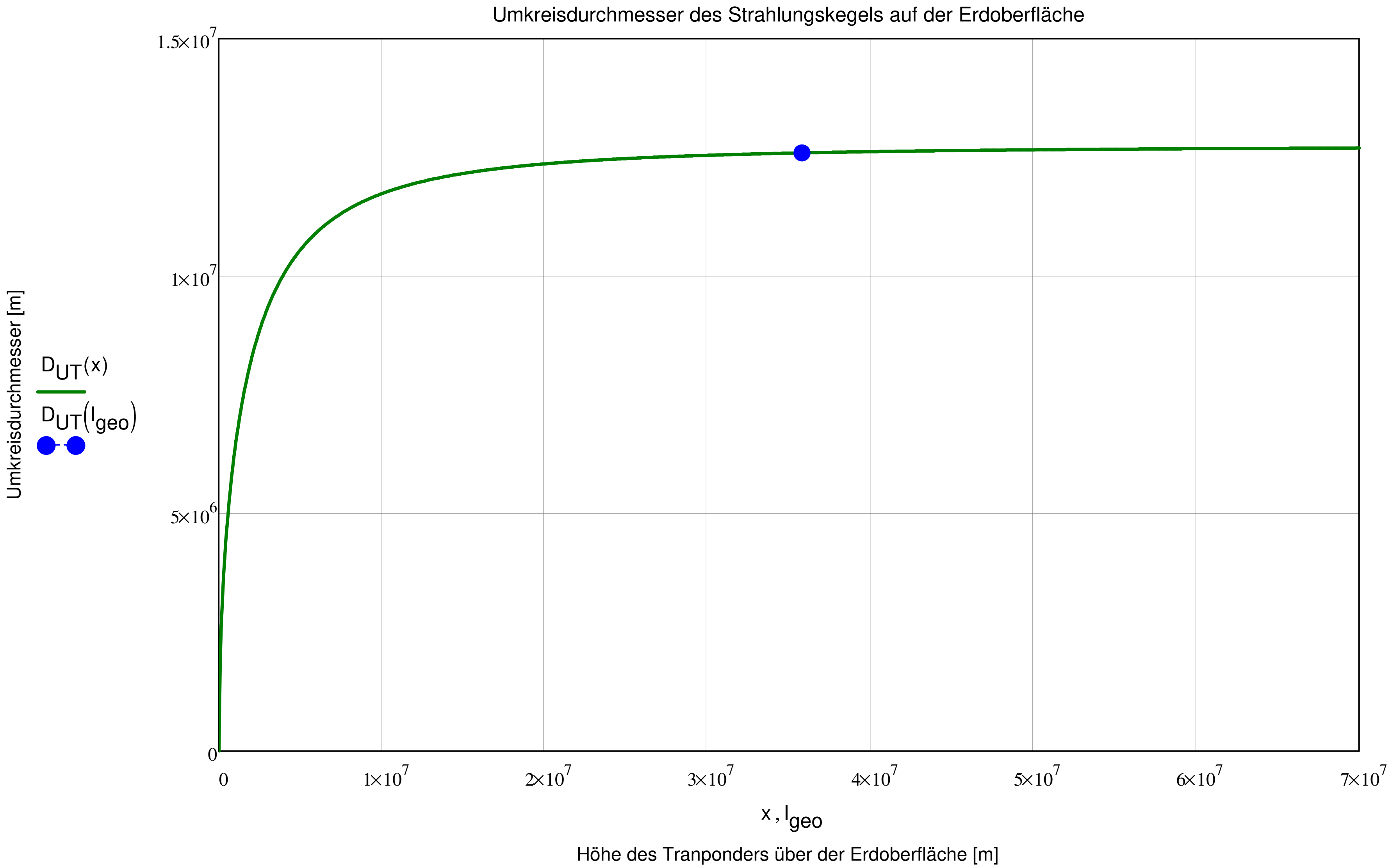
Anteil der ausgeleuchteten Erdoberfläche

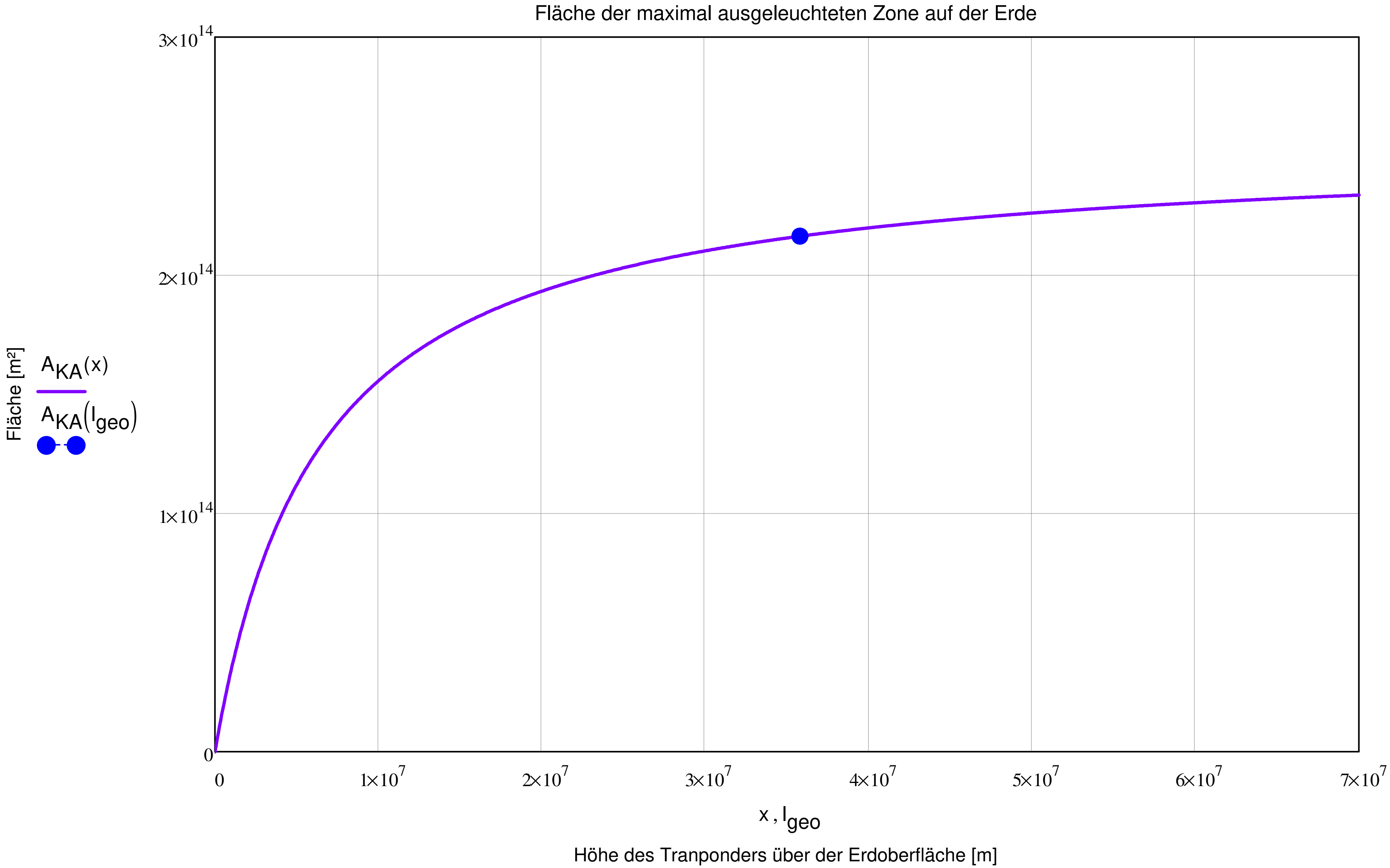
$$AT_E(x) := \frac{A_{KA}(x)}{A_E}$$

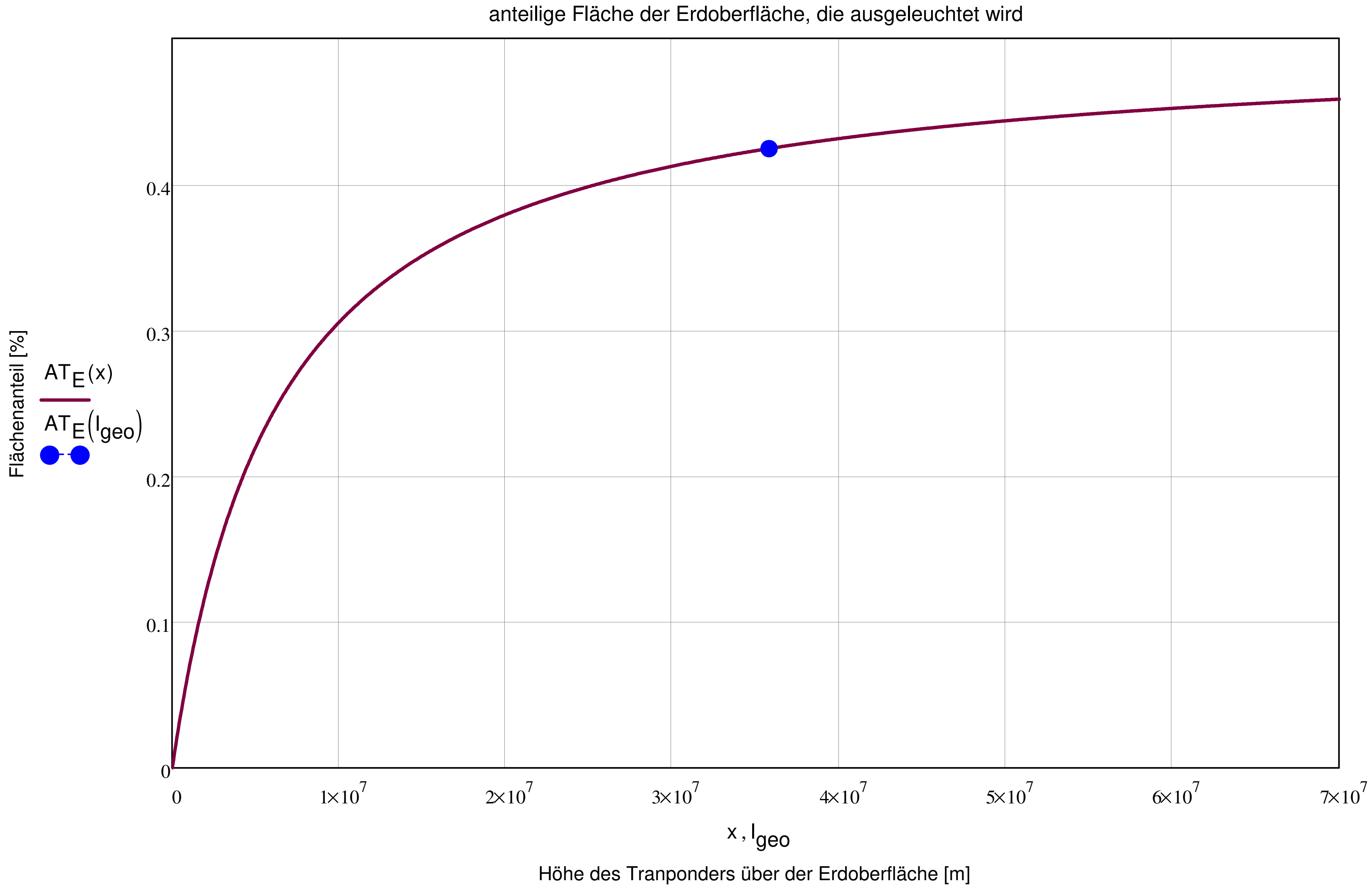
$$AT_E(x) \rightarrow \frac{6371000\cdot m - 6371000\cdot \mathrm{Re}\left(m\cdot e^{-\mathrm{asin}\left(\frac{6371000\cdot m}{6371000\cdot m+x}\right)\cdot i+\frac{\pi\cdot i}{2}}\right)}{12742000\cdot m}$$



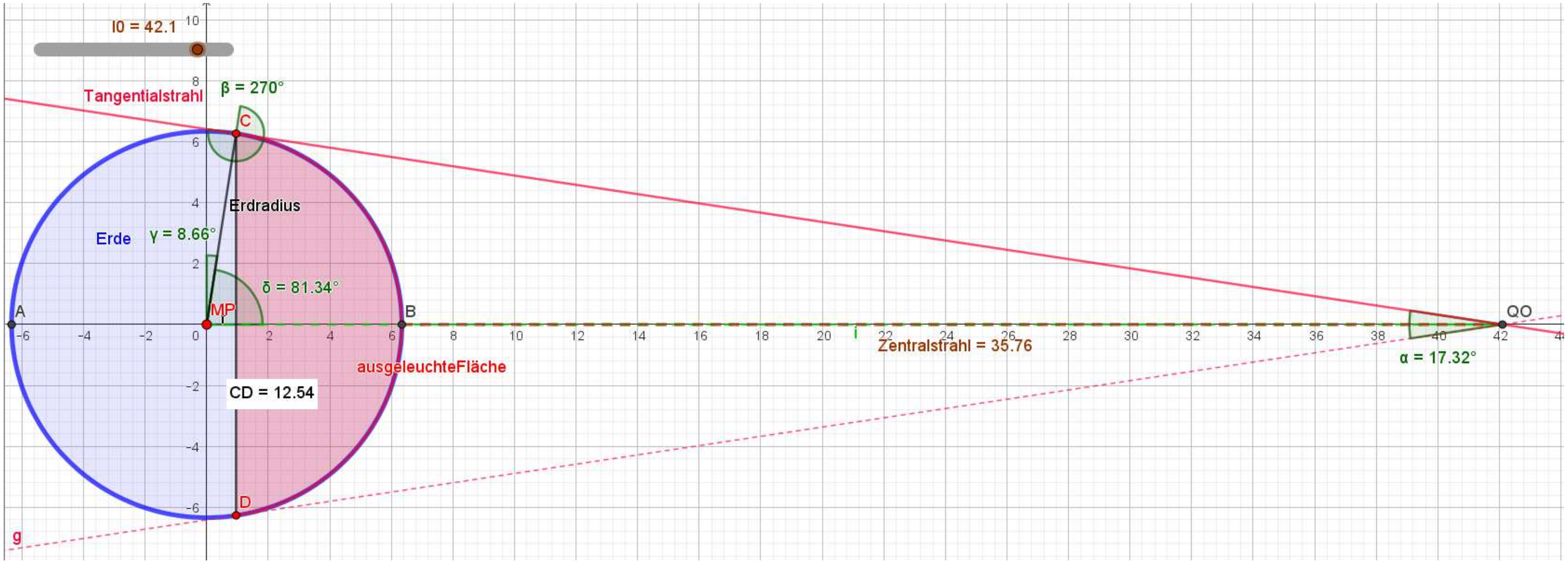
Öffnungswinkel des Strahlungskegels als Funktion der Höhe des Transponders über der Erdoberfläche
Öffnungswinkel des Strahlungskegels [Bogenmass]
$\alpha_E(x)$
$\alpha_E(l_{geo})$
0
1
2
3
4
0
1×10^7
2×10^7
3×10^7
4×10^7
5×10^7
6×10^7
7×10^7
x , l_{geo}
Höhe des Tranponders über der Erdoberfläche [m]


Umkreisdurchmesser des Strahlungskegels auf der Erdoberfläche
1.5×10^7
1×10^7
5×10^6
0
Umkreisdurchmesser [m]
D_UT(x)
D_UT(l_geo)
0
1×10^7
2×10^7
3×10^7
4×10^7
5×10^7
6×10^7
7×10^7
x , l_geo
Höhe des Tranponders über der Erdoberfläche [m]


Fläche der maximal ausgeleuchteten Zone auf der Erde
3×10^{14}
2×10^{14}
1×10^{14}
0
Fläche [m²]
$A_{KA}(x)$
$A_{KA}(l_{geo})$
0
1×10^{7}
2×10^{7}
3×10^{7}
4×10^{7}
5×10^{7}
6×10^{7}
7×10^{7}
x, l_{geo}
Höhe des Tranponders über der Erdoberfläche [m]


anteilige Fläche der Erdoberfläche, die ausgeleuchtet wird
Flächenanteil [%]
$AT_E(x)$
$AT_E(l_{geo})$
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0
1×10^7
2×10^7
3×10^7
4×10^7
5×10^7
6×10^7
7×10^7
x, l_{geo}
Höhe des Tranponders über der Erdoberfläche [m]

Position QO-100 35760km über der Erdoberfläche



Position QO-100 2160 km über der Erdoberfläche