

# QO - 100 Tangente und Elevation

## *Ergänzung der ursprünglichen Aufgabenstellung*

### **QO-100-Preisfrage**

Um welchen Betrag verlängert sich die Signallaufzeit des empfangenen eigenen Signals am Rand der Ausleuchtungszone von QO-100 gegenüber dem Minimum, wenn eine Elevation von  $0^\circ$  möglich sein soll?

Quelle: FUNKAMATEUR Heft 2/24

Durch die Vorgabe in der Aufgabe, dass der Winkel der Elevation 0 Grad betragen soll, entsteht das physikalische Problem, dass im Tangentialpunkt die Aussichten, Verbindung zum Transponder herzustellen, eher gering sind.

Aus diesem Grund hat AMSAT in seinen Veröffentlichungen eine  $5^\circ$  und eine  $10^\circ$  - Zone für den Funkkontakt mit dem Transponders angegeben. Um diese Zonen auf der Erdoberfläche zu bestimmen, sind die Grenzen der Ausleuchtekegel auf der Erdoberfläche neu zu ermitteln.

Mittels der nachfolgenden Berechnungen können für die Elevationswinkel der Antenne  $5^\circ$  und  $10^\circ$  die Ausdehnung der Empfangsbereiche berechnet werden.

Darüber hinaus können für beliebige Elevationswinkel der Antenne deren Position und die Abmessungen der Ausleuchtekegel exakt berechnet werden.

**Eingabe**

Kreisradius

$r := 6371\text{km}$

Position QO-100 von Kreismittelpunkt

$l_0 := 35786\text{km} + r$

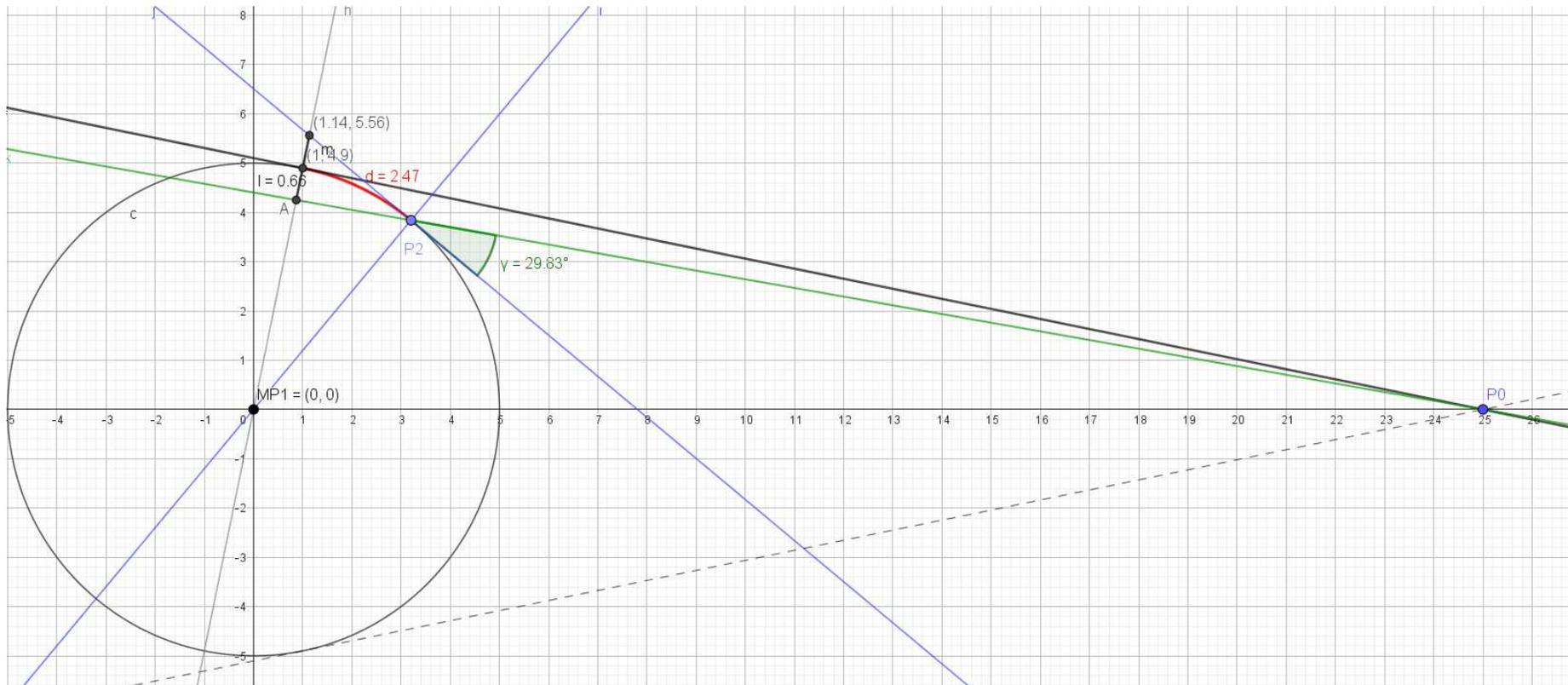
$l_0 = 4.22 \times 10^7 \text{ m}$

Koordinaten des Transponders

$x_{P0} := l_0$

$x_{P0} = 4.216 \times 10^7 \text{ m}$

$y_{P0} := 0$



*Berechnungen der Tangente von P0 zum Kreisumfang*

Winkel zwischen Abszissenachse und Kreisumfang

$$\alpha := \text{asin}\left(\frac{r}{l_0}\right)$$

$$\alpha = 8.692 \cdot ^\circ$$

Steigung der Tangente

$$m_T := \tan(\pi - \alpha)$$

$$m_T = -0.153$$

Winkel zwischen Abszissenachse und Ursprungsgerade durch den Tangentialpunkt

$$\phi := \frac{\pi}{2} - \alpha$$

$$\phi = 81.308 \cdot ^\circ$$

Steigung der Ursprungsgeraden

$$m_{UG} := \tan(\phi)$$

$$m_{UG} = 6.541$$

*Koordinaten des Tangentialpunktes P1*

x - Koordinate

$$x_{P1} := r \cdot \sin(\alpha)$$

$$x_{P1} = 962.8 \cdot \text{km}$$

y - Koordinate

$$y_{P1} := r \cdot \cos(\alpha)$$

$$y_{P1} = 6297.8 \cdot \text{km}$$

*Tangentengleichung*

Absolutglied der Gleichung

$$b_1 := 0 - m_T \cdot l_0$$

$$b_1 = 6445 \cdot \text{km}$$

Tangentengleichung

$$y_T(x) := m_T \cdot x + b_1$$

*Gleichung der Ursprungsgeraden*

Ursprungsgeradengleichung

$$y_{UG}(x) := m_{UG} \cdot x$$

Kreisgleichung des positiven Halbkreises

$$y(x) := \sqrt{r^2 - x^2}$$

Funktion des Anstiegs am Kreis

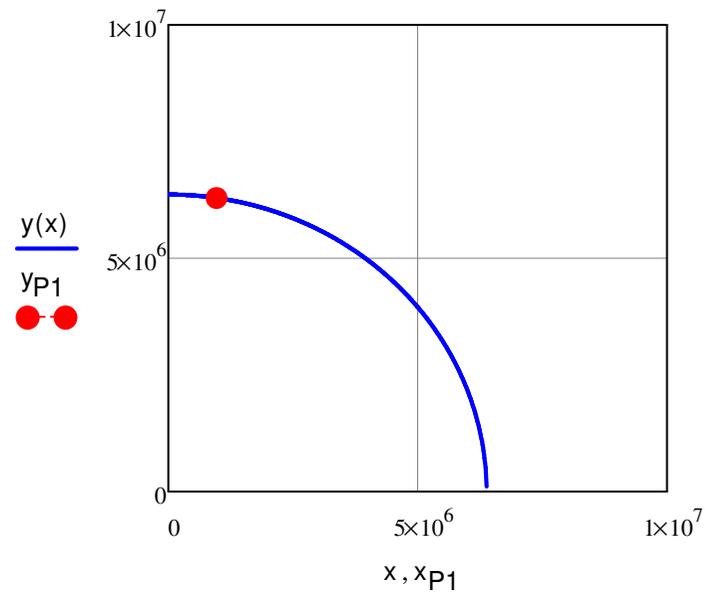
$$y_A(x) := \frac{d}{dx}y(x) \rightarrow -\frac{x}{\sqrt{40589641 \cdot \text{km}^2 - x^2}}$$

Anstieg im Tangentialpunkt

$$A1 := y_A(x_{P1}) \quad A1 = -0.153$$

Anstiegswinkel im Tangentialpunkt am Kreis

$$\beta_1 := \text{atan}(A1) \quad \beta_1 = -8.692^\circ$$



Die Differenz der Anstiegswinkel zwischen Kreis und Tangente soll durch Verschieben des Bezugspunktes Punktes P2 einen definierten Wert annehmen.

Zielwert für Elevationswinkel  $\gamma$

Startwert für Elevationswinkel

Startwert für x-Koordinate  $x_{P2}$

Schrittweite für x-Koordinatensuche

Abbruchbedingung

*Programmblock zur iterativen Berechnung der x-Koordinate für den vorgegebenen Elevationswinkels  $\gamma$*

$\gamma_{\text{soll}} := 10^\circ$

$\gamma := 0.01^\circ$

$x_{P2} := x_{P1}$

$\Delta x := 1 \cdot \text{m}$

$\epsilon_2 := 10^{-6}$

```

XP2 := | xP2 ← xP1
      | while |γ - γsoll| > ε2
      |   | yP2 ← y(xP2)
      |   | mT2 ← yA(xP2)
      |   | β2 ← atan(mT2)
      |   |   m2 ← (yP0 - yP2) / (xP0 - xP2)
      |   |   β3 ← atan(m2)
      |   |   γ ← (β3 - β2)
      |   |   b2 ← yP2 - m2 · xP2
      |   |   xP2 ← xP2 + Δx
      | XP2 ← xP2
    
```

$XP2 = 2027.8 \cdot \text{km}$

**Lösung**

x - Koordinate der Position der Antenne mit dem vorgegebenen Elevationswinkel am Rand des Ausleuchtkegels

x-Koordinate für P2

$$XP2 = 2027.8 \cdot \text{km}$$

Berechnung der y-Koordinate am Kreis

$$y_{P2} := y(XP2)$$

$$y_{P2} = 6039.7 \cdot \text{km}$$

Anstieg in P2

$$m_{T2} := y_A(XP2)$$

$$m_{T2} = -0.336$$

Anstiegswinkel der Tangente in P2

$$\beta_2 := \text{atan}(m_{T2})$$

$$\beta_2 = -18.559 \cdot ^\circ$$

Berechnung der Geradengleichung zwischen P0 - P2

Anstieg der Geradengleichung

$$m_2 := \frac{y_{P0} - y_{P2}}{x_{P0} - XP2}$$

$$m_2 = -0.151$$

Anstiegswinkel der Geradengleichung

$$\beta_3 := \text{atan}(m_2)$$

$$\beta_3 = -8.559 \cdot ^\circ$$

Absolutglied der Geraden

$$b_2 := y_{P2} - m_2 \cdot XP2$$

$$b_2 = 6344.9 \cdot \text{km}$$

Geradengleichung P0 - P2

$$y_2(x) := m_2 \cdot x + b_2$$

Differenzwinkel zwischen Tangente in P2 und der Geradengleichung P0 - P2

$$\gamma_e := \beta_3 - \beta_2$$

$$\gamma_e = 10 \cdot ^\circ$$

iterativ durch Variation von  $x_{P2}$  ermittelt.

gamma entspricht der Elevation für die Ausrichtung der Antenne zum Anvisieren des Transponders.

Anstiegswinkel der Ursprungsgeraden durch P2

$$\beta_{22} := \text{atan}\left(\frac{y_{P2}}{XP2}\right)$$

$$\beta_{22} = 71.441 \cdot ^\circ$$

Durchmesser der Ausleuchtzone

$$D_{AZ} := 2 \cdot YP2$$

$$D_{AZ} = 12079.37 \cdot \text{km}$$

Umfang der Ausleuchtzone

$$U_{AZ} := \pi \cdot D_{AZ}$$

$$U_{AZ} = 37948.45 \cdot \text{km}$$

Höhe des ausgeleuchteten Kugelabschnitts

$$\blacksquare \quad h_{KA} := r - XP2$$

$$h_{KA} = 4343.23 \cdot \text{km}$$

Fläche de maximal ausgeleuchteten Zone auf der Erde  
(Mantel des Kugelabschnitts)

$$A_{KA} := 2 \cdot \pi \cdot h_{KA} \cdot r$$

$$A_{KA} = 173.86 \times 10^6 \cdot \text{km}^2$$

Gesamtoberfläche der Erde

$$A_E := 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$A_E = 5.101 \times 10^{14} \cdot \text{m}^2$$

Anteil der ausgeleuchteten Erdoberfläche

$$A_{TE} := \frac{A_{KA}}{A_E}$$

$$A_{TE} = 34.1 \cdot \%$$

Bogenlänge der ausgeleuchteten Zone  
über Erdumfang

$$b_{AZ} := \frac{\pi \cdot r \cdot 2\beta_{22}}{180^\circ}$$

$$b_{AZ} = 15887.7 \cdot \text{km}$$

Zentriwinkel des Ausleuchtkegels

$$\zeta := |2 \cdot \beta_3|$$

$$\zeta = 17.118 \cdot ^\circ$$

Bogenlänge von Tangentialpunkt P1  
zu P2 (Grenze des Ausleuchtkegels)

$$b_{12} := \frac{\pi \cdot r \cdot |\phi - \beta_{22}|}{180^\circ}$$

$$b_{12} = 1097.15 \cdot \text{km}$$

geographische Koordinaten der Grenzen des Ausleuchtkegels

$$\text{WEST} := 26^\circ - \beta_{22}$$

$$\text{WEST} = -45.441 \cdot \text{Grad}$$

$$\text{OST} := 26^\circ + \beta_{22}$$

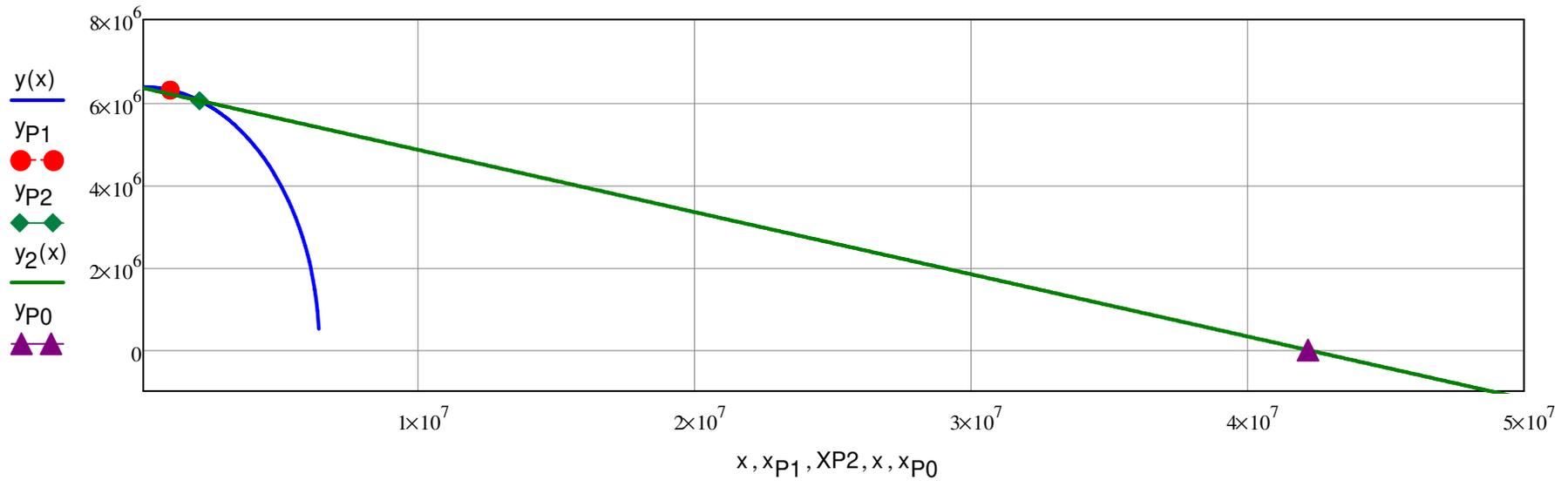
$$\text{OST} = 97.441 \cdot \text{Grad}$$

$$\text{NORD} := \beta_{22}$$

$$\text{NORD} = 71.441 \cdot ^\circ$$

$$\text{SÜD} := -\beta_{22}$$

$$\text{SÜD} = -71.441 \cdot ^\circ$$



senkrechter Blick auf die Erde bei 26° Ost über dem Äquator



Blick vom Transponder QO-100 auf die Erde mit den Ausleuchtgrenzen für die Elevationswinkel der Antenne von 5° und 10°.

